УДК 621.642.88:504

МЕТОД ОЦЕНКИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ БЕЗОПАСНОСТИ АВТОНОМНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Н. А. Северцев, А. Н. Катулев

Введение

При создании новых динамических систем различного назначения и эксплуатации существующих важное значение имеет проблема обеспечения безопасности их функционирования. Ниже рассматриваются только нелинейные автономные динамические системы, однако излагаемый метод распространяется и на линейные, поскольку они представляют частный случай нелинейных систем.

Из практики известно, что нарушение безопасности функционирования эксплуатируемых систем непосредственно связано с изменением их параметров (из-за возникновения нештатных внешних или внутренних воздействий на системы) и оно может приводить к аварийным или катастрофическим последствиям.

В научном плане нарушение безопасности системы связано с переходом ее из состояния структурной устойчивости в состояние структурной неустойчивости.

Как известно [1, 2], структурная устойчивость определяется совокупностью собственных значений функциональной матрицы Якоби для правой части системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\dot{x}(t) = f(x(t)), \tag{1}$$

где $x(t)$ – вектор фазовых координат из R^n, $f: R^n \to R^n$, $f \in C^\infty(R^n)$ – вещественная гладкая удовлетворяющая условию Липшица вектор-функция, зависящая как от фазовых координат, так и от параметров собственно динамической системы; уравнения (1) описывают динамику функционирования любой и в общем случае нелинейной многопараметрической динамической системы; собственные значения матрицы Якоби – функции от параметров системы, матрица не вырождена во всей области значений фазовых координат, параметров системы.

Эти утверждения являются непосредственным следствием теоремы Андронова–Понтрягина: *дифференциальное уравнение структурно устойчиво в том и только том случае, если его особенности гиперболические, замкнутые траектории гиперболические, ни одна из траекторий не соединяет седловые точки*.

Определение. Особенность $x^{\Gamma}(t)$ гиперболическая, если она принадлежит области определения системы (1), $f(x^{\Gamma}(t)) = 0$ и функциональная матрица Якоби $(\partial f / \partial x)$ в точке x^{Γ} имеет k собственных значений с положительной действительной частью и $n-k$ собственных значений с отрицательной действительной частью, $0<k<n$.

Из этого определения следуют ***условие и показатель*** структурной неустойчивости динамической системы: система структурно неустойчива, если хотя бы одно из собственных значений матрицы Якоби обращается в нуль.

При этом особенность становится точкой бифуркации – катастрофы. Множество точек бифуркации считаем конечным, количеством особенностей определяем степень структурной неустойчивости.

Таким образом, структурную устойчивость (и неустойчивость) или безопасность функционирования динамической системы непосредственно можно установить на основе выявления особых, критических точек (бифуркаций или особенностей, или катастроф) решений, описывающих ее динамику дифференциальных уравнений (1), или на основе анализа влияния малых в смысле C^1-метрики изменений параметров системы на характер (гладкий, непрерывный, скачкообразный) ее перехода из одного состояния равновесия в другое, в том числе из состояния равновесия, соответствующего штатному режиму функционирования, в недопустимое – нештатное, небезопасное аварийное состояние.

Цель статьи – разработка метода и алгоритма увода нелинейной автономной динамической системы, описываемой нелинейным векторным дифференциальным уравнением с обыкновенными производными или интегральными и дифференциальными уравнениями с частными производными, сводимыми к дифференциальным уравнениям с обыкновенными производными, от критических точек (бифуркаций), однозначно обусловливающих переход системы из штатного режима функционирования в небезопасный нештатный режим.

Здесь следует заметить, что описание динамики функционирования системы в виде (1) охватывает и класс динамических систем, описываемых интегральными уравнениями Вольтерра 2-го рода, и класс систем с распределенными параметрами, описываемых дифференциальными уравнениями с частными производными, так как такие уравнения сводимы к обыкновенным дифференциальным, в общем случае нелинейным вида (1), уравнениям с применением соответственно операции дифференцирования и операции преобразования Фурье–Лапласа с последующим применением теоремы Планшереля [3].

Простыми стандартными методами исследования названных критических точек являются методы, основанные на функциях Ляпунова, фазовых портретах, потенциальных функциях и на разложениях силовых функций в ряд Тейлора в окрестности стационарного решения с последующим выводом потенциальной функции («обобщенной») и канонической формы катастрофы из их конечного числа стандартных типов [4] и/или с последующим интегрированием получаемых уравнений.

Однако методы, использующие потенциальные функции, применимы для градиентных динамических систем, а последние составляют частный класс динамических систем, в том числе и автономных; для построения функций Ляпунова не имеется общего алгоритма; исследование критических точек с помощью фазовых портретов на практике возможно лишь для динамических систем второго порядка; известная теорема Тома–Зимана [4] теории катастроф доказана и применима только для систем, динамика которых описывается потенциалом.

Поэтому существует актуальная проблема оценки структурной устойчивости нелинейных автономных динамических систем, а значит, и показателей безопасности их функционирования, без применения функций Ляпунова, потенциальных функций, фазовых портретов и без замены силовых функций отрезком ряда Тейлора. По результатам оценки должно быть выработано оптимальное решение (управление) по поддержанию системы в состоянии безопасного функционирования.

Метод увода нелинейной автономной динамической системы от критических точек (бифуркаций)

В основу метода принимаются следующие известные фундаментальные факты [5, 6]:

1. Исходной нелинейной автономной динамической системе уравнений (1) однозначно соответствует линейная сопряженная гамильтонова система

$$\dot{p}_j(t) = -\sum_{i=1}^{n} p_j(t)(\partial f_i(x(t)) / \partial x_j), \; j = 1, 2, ..., n, \tag{2}$$

где $(p_1(t), p_2(t), ..., p_n(t))$ – вектор сопряженных фазовых координат из R^{*n}.

2. Для решений основной (1) и сопряженной (2) систем невозможны одновременно асимптотически устойчивые положения равновесия и асимптотически устойчивые предельные циклы в основном R^n и сопряженном R^{*n} фазовых пространствах; динамической устойчивости одной из них однозначно соответствует динамическая неустойчивость другой.

3. Функциональная матрица Якоби сопряженной системы (2) есть взятая с обратным знаком транспонированная функциональная матрица Якоби основной системы (1); собственные значения таких матриц отличаются только знаками – знаки противоположны.

4. К неустойчивым системам неприменимо программное управление, т.е. управление, независящее от текущего состояния системы, на достаточно большом промежутке времени; стабилизация системы возможна лишь с помощью обратной связи по выходу.

5. Наличие обратной связи по выходу есть достаточное условие обеспечения системе устойчивости как динамической по Ляпунову, так и структурной по Андронову–Понтрягину: система (1) будет без точек бифуркации. Управление системой (1) по такой обратной связи не нарушает свойство ее автономности и невырожденности ее функциональной матрицы Якоби. Правая часть системы (1) преобразуется к виду

$$\varphi : R^n \times R^m \times R^k \to R^n,$$

где R^m – пространство управлений, а R^k – пространство параметров системы.

6. Замкнутости исходной системы по обратной связи однозначно соответствует замкнутость сопряженной (***факт тривиальный***).

Из таких фактов сформулируем вывод в виде следующей теоремы.

Теорема. *Нелинейная автономная динамическая система, описываемая нелинейным обыкновенным векторным дифференциальным уравнением* (1), *уводима управлением* $u(t) \in R^m$ *в состояние структурной устойчивости – в безопасное состояние от бифуркаций при введении обратной связи по выходу при условии, что функциональная матрица правой части сопряженной для* (1) *гамильтоновой системы не вырождена, не положительно определена, непрерывна вместе со своими производными по совокупности фазовых координат вектора* $x(t)$ *из* R^n *и параметров* $\mu(t) = (\mu_1(t), \mu_2(t), ..., \mu_k(t))$ *из* R^k *основной системы и что* $\varphi : R^n \times R^m \times R^k \to R^n$, $m \le k + n$, *удовлетворяет условиям роста* $\|\varphi(x(t), \mu(t), u(t))\| \to \infty$ *при* $\|x(t)\| \to \infty$.

Доказательство.

Согласно принципу обратной связи по выходу $x(t)$ разомкнутую исходную нелинейную автономную динамическую систему преобразуем в замкнутую. Последняя будет описываться векторным нелинейным уравнением вида

$$\dot{x}(t) = \varphi(x(t), \mu(t), u(x(t)), \mu(t)),$$

где $u(x(t), \mu(t))$ – вектор входных управляющих воздействий по обратной связи, подлежащий определению в каждый текущий момент времени на основе измерений выхода $x(t)$ и параметров системы $(\mu_1(t), \mu_2(t), ..., \mu_k(t))$; $\varphi(x(t), \mu(t), u(x(t), \mu(t))$ – непрерывная функция по совокупности своих аргументов вместе со своими производными, удовлетворяет условию Липшица; $\varphi(x(t), \mu(t), u(x(t), \mu(t)) \equiv f(x(t))$ при условиях $\mu(t) \equiv 0$ и $u(x(t), \mu(t)) \equiv 0$ для $\forall t$.

При такой функции при любых непрерывных или кусочно-непрерывных физически реализуемых (ограниченных) управляющих воздействиях $u(t) \in R^m$ удовлетворяются условия теоремы существования решения уравнения исходной системы, а если потребуется учет произвольно заданных начальных условий, то обеспечивается и единственность решения.

Очевидно, можно положить

$$\mu(t) = (\mu_1(t) = x_{n+1}(t), \mu_2(t) = x_{n+2}(t), ..., \mu_k(t) = x_{n+k}(t))$$

и рассматривать систему уравнений

$$\dot{x}_j(t) = \varphi_j(x(t), u(x(t)), \quad j = 1, 2, ..., n,$$

$$\dot{x}_l(t) = \varphi_l(u(x(t))), \; l = 1, 2, ..., k, \;\; x(t) \in R^{n+k}.$$

Эта система с обратной связью будет управляема из любого исходного состояния, а значит, и уводима от бифуркации, если она допускает целенаправленное изменение своих координат или, иначе, если выполняются условия непрерывности функций

$$\varphi_j(x(t), u(x(t))), \; j = 1, 2, ..., n,$$

вместе со своими производными по фазовым координатам при всех управляющих воздействиях. Таким условиям функции

$$\varphi_j(x(t), u(x(t))), \quad j = 1, 2, ..., n,$$

удовлетворяют в силу существования, а при задании исходных состояний и единственности решения исходного нелинейного уравнения, т.е. в силу существования для исследуемой системы переходной функции, отличной от нуля при всех ограниченных управляющих воздействиях по обратной связи.

Теперь для отыскания управления в зависимости от текущего выхода системы воспользуемся функцией Гамильтона

$$H(p(t), x(t), u(t)) = (p^T(t), \varphi(x(t), u(x(t)))),$$

где $p^T(t)$ – вектор-строка размера $n + k$ сопряженных координат гамильтоновой системы, определяющийся из системы

$$\dot{p}(t) = -(p^T(t), \varphi'_x(x(t), u(x(t)))).$$

В этом векторном уравнении $\varphi'_x(x(t), u(x(t)))$ – функциональная $(n + k)\times(n + k)$-матрица линейной сопряженной гамильтоновой системы, которая в силу выбора $u(x(t))$ всегда может быть приведена к не положительно определенной с ненулевым непрерывным определителем Якоби. Заметим, что этой матрице Якоби однозначно, как следует из факта 3, соответствует матрица Якоби исходной системы с обратной связью и что сопряженная система замкнута по своему выходу.

Реализуем теперь возможность выбора $u(x(t))$ при требовании: система должна переводиться из одного состояния, как из любого начального, в любое другое заданное состояние, в том числе из непосредственно предшествующего особому – катастрофическому – в допустимое не особое при минимальных затратах энергии. Тогда для сопряженной системы соответствующее управляющее воздействие $u^*(x(t))$ должно определяться по выражению

$$u^*(x(t)) = \arg\max_{u(x(t))} H(p(t), x(t), u(x(t))),$$

а значения параметров системы – компонент вектора

$$\mu(t) = (\mu_1(t) = x_{n+1}(t), \mu_2(t) = x_{n+2}(t), ..., \mu_k(t) = x_{n+k}(t))$$

по выражению

$$\mu_l^*(t) = x_{n+l}^*(t) = \frac{\partial H(x_j^*(t), x_{n+l}(t), u^*(x_j^*(t), x_{n+l}(t)), \ j = \overline{1, n}, l = \overline{1, k})}{\partial x_l} = 0, \quad l = \overline{1, k},$$

и при оптимальных $u^*(x(t), x^*(t) = (x_j(t), x_{n+l}^*(t), \ j = \overline{1, n}, l = \overline{1, k})$ должно выполняться равенство

$$H(p(t), x^*(t), u^*(x^*(t))) = 0.$$

Управление $u^*(x(t))$, очевидно, приведет к изменению для сопряженной системы характеристического многочлена ее функциональной матрицы и собственных значений. При этом становится возможным обеспечение непрерывного изменения собственных значений и решения гамильтоновой сопряженной системы без бифуркаций.

В результате с учетом того, что функциональная матрица линейной сопряженной системы представляется транспонированной с противоположным знаком относительно матрицы Якоби исходной (основной) нелинейной системы уравнений, а значит, с учетом того, что собственные значения функциональной матрицы линейной сопряженной гамильтоновой системы равны по модулю и противоположны по знаку собственным значениям матрицы Якоби замкнутой исходной нелинейной автономной динамической системы, у решения последней не будет бифуркации; система будет структурно устойчива, ее функционирование безопасно. Что и утверждается теоремой.

Однако вследствие того, что исследуемая система описывается нелинейным векторным дифференциальным уравнением, функции

$$\varphi_l(x(t), u(x(t))), \quad j = 1, 2, ..., n$$

априори неизвестны (управление не программное), функция Гамильтона записана по существу в неявной форме, не представляется возможным выполнить ее минимизацию в общем виде и получить аналитические выражения для $p(t), \mu^*(t), u^*(x^*(t))$ и для собственных чисел функциональной матрицы сопряженной системы.

В связи с этим можно воспользоваться только численным анализом на ПЭВМ с помощью систем символьной математики и формировать управляющие воздействия, непосредственно изменяя параметры динамической системы, а значит, изменяя зависящие от них элементы функциональной матрицы и, как следствие, ее собственные значения так, чтобы обеспечивались выполнение равенства

$$H(p(t), x(t), u(x(t))) = 0$$

и положительность собственных значений функциональной матрицы, т.е. чтобы не выполнялись необходимые и достаточные условия асимптотической устойчивости линейной сопряженной гамильтоновой системы или, что то же, чтобы выполнялись при этом условия асимптотической устойчивости основной системы. Одновременно обеспечивается выполнение условия ее структурной устойчивости [8].

Соответствующие оптимальные воздействия на параметры динамической системы могут быть найдены только прямыми методами оптимизации без вычисления производных функции Гамильтона; воспользуемся здесь (в следующем подразделе) известным методом покоординатного спуска с разностной аппроксимацией градиента по изменяемым в циклическом порядке параметрам

$$\mu(t) = (\mu_1(t) = x_{n+1}(t), \mu_2(t) = x_{n+2}(t), ..., \mu_k(t) = x_{n+k}(t))$$

как фазовым координатам.

Алгоритм

По изложенному методу оценки безопасности нелинейной автономной динамической системы по показателям структурной устойчивости системы алгоритм сводится к выполнению следующей последовательности операций:

– составить сопряженную гамильтонову систему дифференциальных уравнений

$$\dot{p}(t) = -(p^T(t), \varphi'_x(x(t), u(x(t))))$$

по отношению к основной – исходной системе:

$$\dot{x}_j(t) = \varphi_j(x(t), u(x(t))), \quad j = 1, 2, ..., n,$$

$$\dot{x}_l(t) = \varphi_l(u(x(t))), \; l = 1, 2, ..., k, \; x(t) \in R^{n+k};$$

– составить характеристическое уравнение сопряженной системы

$$(-\lambda)^m + S_1(-\lambda)^{m-1} + S_2(-\lambda)^{m-2} + ... + S_{m-1}(-\lambda) + S_m = 0,$$

где S_ρ, $\rho = 1, 2, ..., m$, – сумма главных миноров ρ-го порядка функциональной матрицы сопряженной системы [9]:

$$\left(-\frac{\partial \varphi_j}{\partial x_i} - \lambda \right)_{i=1,2,...,m}^{j=1,2...,m} = 0,$$

где $m = n + k$, λ – собственное значение, подлежащее вычислению;

– построить из функциональных коэффициентов характеристического уравнения функциональные главные миноры Гурвица;

– исследовать зависимость собственного значения от параметров основной системы по критериям непрерывности на языке ε, δ и выявить признак возникновения бифуркации – катастрофы – на основе анализа динамики собственного значения с установлением изменения его знака и принятия им нулевого значения в любых произвольно выбираемых точках – значениях изменяемых параметров системы;

– проверить выполнение равенства

$$H(p(t), x(t), u(x(t))) = 0;$$

– реализовать при невыполнении этого равенства алгоритм покоординатного спуска решения задачи

$$u^*(x(t)) = \arg \max_{u(x(t))} H(p(t), x(t), u(x(t))),$$

т.е. алгоритм поиска оптимальных значений параметров системы таких, чтобы выполнялось равенство

$$H(p(t), x(t), u^*(x(t))) = 0;$$

– сформировать достаточные условия структурной устойчивости основной системы с установлением параметров ее безопасного состояния – режима функционирования;

– сформировать информационную модель отображения текущего состояния динамической системы, оптимальных значений ее параметров и собственных значений функциональной матрицы сопряженной гамильтоновой системы, при которых исходная нелинейная динамическая система структурно устойчива.

Изложенная последовательность операций составляет алгоритм метода, алгоритм реализуется в системе Maple.

Результаты применения алгоритма

Выявим условия, при которых будет существовать точка бифуркации решения нелинейной автономной системы дифференциальных уравнений, описывающих конкуренцию двух популяций:

$$\dot{x}_1 = x_1(c_1 - a_{11}x_1 - a_{12}x_2);$$

$$\dot{x}_2 = x_2(c_2 - a_{21}x_1 - a_{22}x_2),$$

где $c_1 > 0,\ c_2 > 0,\ a_{11} > 0,\ a_{12} > 0,\ a_{21} > 0,\ a_{22} > 0$.

Под условиями существования точки бифуркации будем понимать соответствующие значения коэффициентов самоограничения роста $a_{11} > 0, a_{22} > 0$. С целью выявления точки бифуркации составим сопряженную гамильтонову систему для исходной системы и выпишем для нее характеристическое уравнение. Последнее имеет вид

$$\lambda^2 + \lambda(c_1 + 2a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + c_2 + a_{21}x_1 + 2a_{22}x_2) +$$
$$+ (c_1 + 2a_{11}x_1 + a_{12}x_2)(c_2 + a_{21}x_1 + 2a_{22}x_2) - a_{21}a_{12}x_1x_2 = 0,$$

где λ – собственное значение матрицы правой части сопряженной гамильтоновой системы.

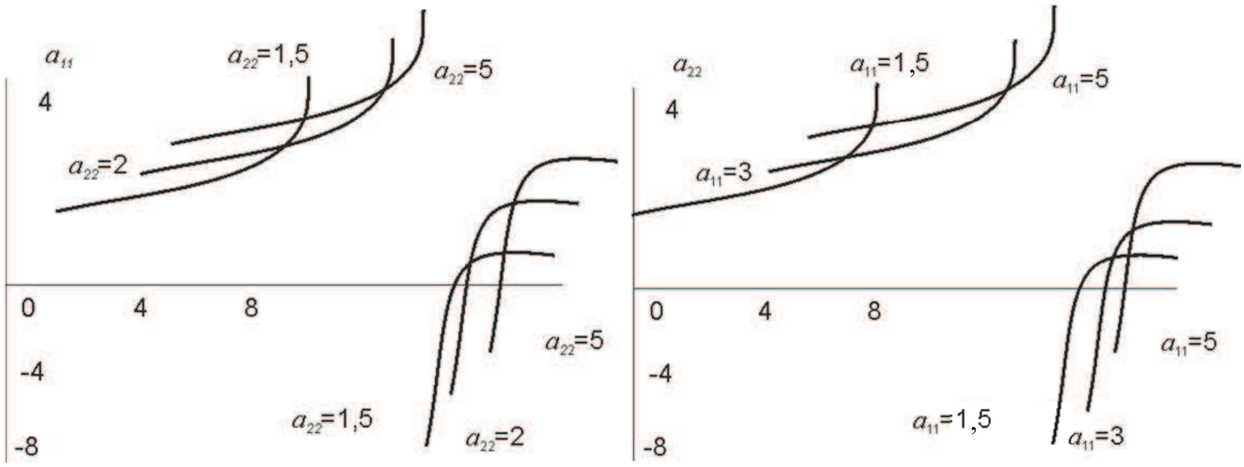
Точке бифуркации должен соответствовать разрыв зависимости функции собственного значения от параметров c_1, c_2, a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}.

На рис. 1,*а*,*б* представлены зависимости $\lambda(a_{11})$ и $\lambda(a_{22})$, построенные на ПЭВМ с использованием системы символьной математики Maple, при фиксированных значениях всех других параметров c_1, c_2, a_{12}, a_{21}, a_{22} и c_1, c_2, a_{11}, a_{12}, a_{21} соответственно.

Из этих зависимостей непосредственно видно, что собственное значение $\lambda(a_{11})$ и $\lambda(a_{22})$ имеет разрыв типа второго рода и скачкообразное изменение знака при $a_{11} = a_{22}$: решение исходной системы уравнений имеет точку бифуркации при $a_{11} = a_{22}$, конкурирующие популяции при $a_{11} = a_{22}$, т.е. с одинаковыми коэффициентами саморегуляции роста, не могут сосуществовать в одном месте обитания – имеет место структурная неустойчивость в жизнеспособности двух популяций.

Бифуркации отсутствуют при неодинаковых значениях a_{11} и a_{22} и изменении других параметров исследуемой автономной системы.

После оптимизации управления по обратной связи разрывы зависимости собственного значения $\lambda(a_{11})$ и $\lambda(a_{22})$ от тех же параметров устранены, исходная система стала структурно устойчивой, т.е. жизнедеятельность популяций стала безопасной.



а) *б*)

Рис. 1. Зависимость: *а* – $\lambda(a_{11})$ при $a_{11} = a_{22}$ терпит разрыв 2-го рода;
б – $\lambda(a_{22})$ при $a_{22} = a_{11}$ терпит разрыв 2-го рода

Отметим, что полученный результат есть математическое обоснование принципа Гаузе: конкурирующие динамические системы – популяции с одинаковыми коэффициентами саморегуляции роста – не могут сосуществовать в одном и том же месте обитания. Вольтерра в [7] доказал этот принцип при сведении исследуемой системы к линейному уравнению первого порядка, разрешенному относительно производной $d(\log x_1 / x_2)/dt$, когда в правых частях одна и та же нелинейность, т.е. в частном случае описания взаимодействия конкурирующих систем; предложенный нами метод свободен от такого рода допущений.

Применим предложенный алгоритм для выявления критических точек решения системы нелинейных аэродинамических уравнений [4], описывающих летательный аппарат:

$$\dot{x}_1 = \sum_j F_i^j C_j + \sum_{j=1}^{5} F_i^j x_j;$$

$$\dot{x}_i = \sum_j F_i^j C_j + \sum_{j=1}^{5} F_i^j x_j + F_i^{km} x_k x_m, \quad k \neq m \neq i, \quad i = 2, 3; \tag{3}$$

$$\dot{x}_i = \sum_j F_i^j C_j + \sum_{j=1}^{5} F_i^j x_j, i = 4, 5,$$

где $F_i^j = \partial F_i / \partial x_j$; C_j – управляющие параметры элеронов и рулей летательного аппарата; F_i^j, F_i^{km} – управляющие параметры летательного аппарата.

Построим для (*) сопряженную систему

$$\dot{p}_1 = -[p_1 F_1^1 + p_2(F_2^{31} + x_3 F_2^1) + p_3(F_3^{12} x_2 + F_3^1) + p_4 F_4^1 + p_5 F_5^1],$$

$$\dot{p}_2 = -[p_1 F_1^2 + p_2 F_2^2 + p_3 (F_3^{12} x_1 + F_3^2) + p_4 F_4^2 + p_5 F_5^2],$$

$$\dot{p}_3 = -[p_1 F_1^3 + p_2 (F_2^{31} x_1 + F_2^3) + p_3 F_3^3 + p_4 F_4^3 + p_5 F_5^3],$$

$$\dot{p}_4 = -[p_1 F_1^4 + p_2 F_2^4 + p_3 F_3^4 + p_4 F_4^4 + p_5 F_5^4],$$

$$\dot{p}_5 = -[p_1 F_1^5 + p_2 F_2^5 + p_3 F_3^5 + p_4 F_4^5 + p_5 F_5^5],$$

где $p_1 = p_1(t)$, $p_2 = p_2(t)$, $p_3 = p_3(t)$, $p_4 = p_4(t)$, $p_5 = p_5(t)$ – сопряженные координаты.

Для анализа устойчивости системы (3) необходимо исследовать корни характеристического уравнения пятой степени

$$\begin{pmatrix} F_1^1 - \lambda & F_2^{31} + x_3 F_2^2 & F_3^{12} x_2 + F_3^1 & F_4^1 & F_5^1 \\ F_1^2 & F_2^2 - \lambda & F_3^{12} x_1 + F_3^2 & F_4^2 & F_5^2 \\ F_1^3 & F_2^{31} x_1 + F_2^3 & F_3^3 - \lambda & F_4^3 & F_5^3 \\ F_1^4 & F_2^4 & F_3^4 & F_4^4 - \lambda & F_5^4 \\ F_1^5 & F_2^5 & F_3^5 & F_4^5 & F_5^5 - \lambda \end{pmatrix} = 0,$$

где λ – собственное число.

С использованием системы символьной математики Maple определяются множества точек бифуркаций и стационарных точек в зависимости от каждого из управляющих параметров при фиксации всех других (при одновременном изменении всех параметров определение множества бифуркаций невозможно).

Вычислительным экспериментом установлено существование области бифуркаций в связи с изменением управляющих параметров.

На рис. 2 изображена проекция бифуркационного множества системы (3) в пространстве F_1^1, F_2^1.

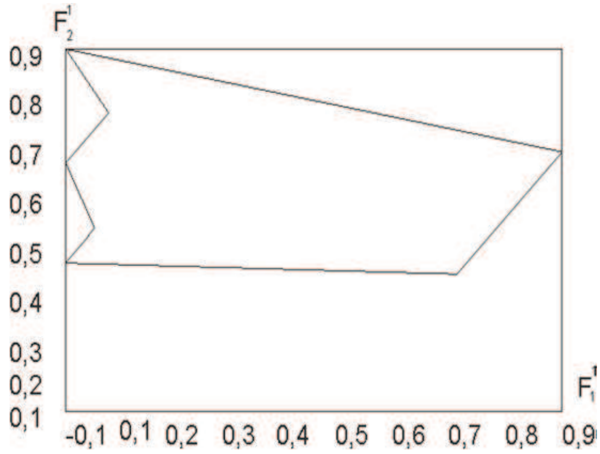


Рис. 2. Проекция бифуркационного множества системы

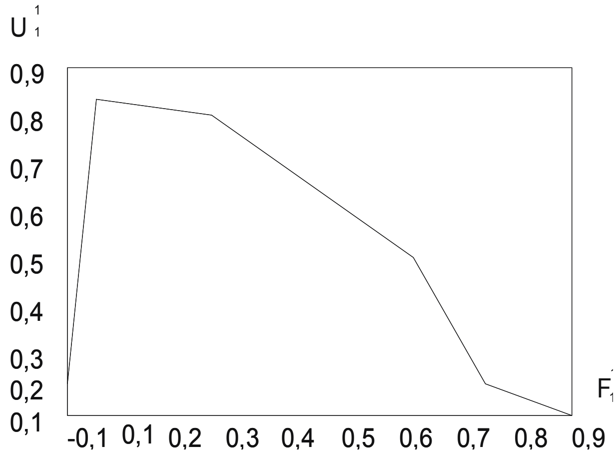


Рис. 3. Функция управления при условии реализации обратной связи по параметру F_1^1

На рис. 3 представлена функция управления при условии реализации обратной связи по параметру F_1^1, такое управление исключает выход системы в состояние катастрофы – решение системы асимптотически устойчиво, летательный аппарат функционирования остается в режиме устойчивого безопасного функционирования.

Полученные результаты полностью согласуются с результатами [4], где для описания состояний летательного аппарата использовалась обобщенная потенциальная функция. Отсюда следует и подтверждение достоверности метода. Отметим также, что в предложенном алгоритме не потребовалась потенциальная функция.

Вычислительный эксперимент выполнил А. Ю. Кузнецов, авторы выражают ему свою признательность.

Заключение

Метод распространяется на исследование структурной устойчивости и показателей безопасности функционирования нелинейных динамических систем, описываемых нелинейными дифференциальными уравнениями с частными производными, сводимыми преобразованием Фурье – Лапласа к нелинейным автономным обыкновенным дифференциальным уравнениям, системами нелинейных интегральных уравнений Вольтерра второго рода, когда они могут быть сведены к решению нелинейных автономных систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод применим для построения и исследования бифуркационного множества в пространстве параметров автономных нелинейных динамических систем а также для исследования динамической и структурной устойчивости линейных автономных динамических систем.

Список литературы

1. Андронов, А. А. Большие системы / А. А. Андронов, Л. С. Понтрягин // ДАН СССР. – 1937. – Т. 14.
2. Касти, Дж. Большие системы. Связность, сложность и катастрофы / Дж. Касти. – М. : Мир, 1982. – 216 с.
3. Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. – М. : Наука, 1988.
4. Гилмор, Р. Прикладная теория катастроф / Р. Гилмор. – М. : Мир, 1984. – Т. 2 (R. Gilmore. Catastrophe theory for scientists and engineers. A Willey-Intersclence Publication, John Wiley and Sons, New-York-Chichester-Brislane-Toronto, 1981).
5. Алексеев, В. М. Оптимальное управление / В. М. Алексеев, В. М. Тихомиров, С. В. Фомин. – М. : Наука, 1979.
6. Первозванский, А. А. Курс теории автоматического управления / А. А. Первозванский. – М. : Наука, 1986.
7. Вольтерра, В. Математическая теория борьбы за существование / В. Вольтерра. – М. : Наука, 1976.
8. Юрков, Н. К. К проблеме обеспечения безопасности сложных систем / Н. К. Юрков // Надежность и качество–2011 : тр. междунар. симп. : в 2 т. / под ред. Н. К. Юрков. – Пенза : Изд-во ПГУ, 2011. – Т. 1. – С. 104–108.
9. Гантмахер, Ф. Р. Теория матриц / Ф. Р. Гантмахер. – М. : Наука, 1966.

УДК 621.642.88:504

Северцев, Н. А.

Метод оценки показателей безопасности автономных динамических систем / Н. А. Северцев, А. Н. Катулев // Надежность и качество сложных систем. – 2013. – № 1. – С. 17–26.

Северцев Николай Алексеевич
доктор технических наук, профессор,
начальник отдела безопасности
и нелинейного анализа,
Учреждение Российской академии наук,
Вычислительный центр
им. А. А. Дородницына РАН
119333, г. Москва, ул. Вавилова, 40.
+7 (499) 135-55-08

N. Severtcev
Doctor of Technical Science, professor, the managing of the division of safety and nonlinear analysis the establishment of the Russian academy of sciences computer center A. A. Dorodnitsyn,
Russian academy of sciences
119333, Moscow, Vavilova street, 40.
+7 (499) 135-55-08

Катулев Александр Николаевич
доктор технических наук, профессор,
кафедра математического моделирования,
Тверской государственный университет,
170100, г. Тверь, ул. Желябова, 33.
(4822) 34-24-52

A. Katulev
Doctor of Technical Science, professor, the professor
of chair of the mathematical simulation,
Tver state university
Russia, 170100, Tver, Zhelyabova street, 33.
(4822) 34-24-52

Аннотация. Изложены принципиальные основы выявления (определения) показателей безопасности функционирования нелинейных автономных динамических систем гамильтонова типа различного назначения. Построены метод и алгоритм их оценки. Приведены результаты исследования показателей безопасности как показателей структурной устойчивости автономных динамических систем, описываемых нелинейными системами обыкновенных дифференциальных уравнений или нелинейными интегральными уравнениями Вольтерра 2-го рода и нелинейными уравнениями с частными производными, сводимыми к системам обыкновенных дифференциальных уравнений. Установлена достоверность результатов.

Ключевые слова: динамическая система, сложность, устойчивость, метод, дифференциальные уравнения, безопасность.

Abstract. Sets out the policy framework for identifying (defining) safety performance of non-linear autonomous Hamiltonian dynamical systems of various purpose type. Constructed method and algorithm evaluation. The results of investigation of safety indicators as indicators of structural stability of autonomous dynamical systems described by non-linear systems of ordinary differential equations and nonlinear integral equations of first kind 2 Volterra and nonlinear partial differential equations, svodimymi to systems of ordinary differential equations. Is the reliability of the results.

Key words: dynamic system complexity, sustainability, method, differential equations, security.